

(7 pages)

S.No. 2179

12UMA02

(For the candidates admitted from 2012–13 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2017.

Second Semester

Mathematics

CALCULUS

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Find the radius of curvature at $x=0$ on $y=e^x$.
வளைவரை $y=e^x$ க்கு $x=0$ என்ற புள்ளியிடத்து
வளைவரை ஆரம் காண்க.
2. Find the envelope of the family of lines
 $\frac{x}{t} + yt = 2c$, (t being the parameter).
 $\frac{x}{t} + yt = 2c$, (t என்பது பண்பளவை என்ற நேர்கோட்டு
குடும்பங்களின் உறையைக் காண்க.

3. Define asymptote.
அணுகு கோடு வரையறு.
4. Find the pedal equation for the curve
 $r = a(1 - \cos\theta)$.

$r = a(1 - \cos\theta)$ என்பதன்பாத சமன்பாட்டை காண்க.

5. State Bernoulli's formula.
பெர்னோலி சூத்திரத்தை கூறுக.

6. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x \, dx$.

7. Define Gamma function.
காமாச்சார்பு வரையறு.

8. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 \theta \cos^7 \theta \, d\theta$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 \theta \cos^7 \theta \, d\theta$.

9. Define Fourier series.

ஃபூரியர் தொடர் வரையறு.

10. Find the Half range cosine series for

$$f(x) = x^2 \text{ in } 0 < x < \pi.$$

$f(x) = x^2$, $0 < x < \pi$ என்ற சார்பிற்கு அரைவீச்சு கொசைன் தொடரைக் காண்க.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the equation of the circle of curvature of the parabola $y^2 = 12x$ at the point (3, 6).

$y^2 = 12x$ என்ற பரவளையத்தின் (3, 6) என்ற புள்ளியிடத்து வளைவு வட்டத்தை காண்க.

Or

(b) Find the centre of curvature of the point $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$ on the curve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$.

வளைவரை $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ மீது $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$ என்ற புள்ளியிடத்து வளைவு மையம் காண்க.

12. (a) Find the angle between the curve $r = a \cos \theta$ and $r = \frac{a}{2}$.

$r = a \cos \theta$, $r = \frac{a}{2}$ ன் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

Or

(b) Find the asymptotes of $x^2 y^2 = a^2 (x^2 + y^2)$.

$x^2 y^2 = a^2 (x^2 + y^2)$ - க்கான தொலை தொடு கோட்டைக் காண்க.

13. (a) Find the reduction formula for $\int \cos^n x dx$.

$\int \cos^n x dx$ க்கான குறைத்தல் சூத்திரத்தை காண்க.

Or

(b) Find the reduction formula for $\int \tan^n x dx$.

$\int \tan^n x dx$ க்கான குறைத்தல் சூத்திரத்தை காண்க.

14. (a) Prove that $\int_0^{\infty} e^{-ay} y^{n-1} dx = \frac{\Gamma(n)}{a^n}, a > 0.$

என நிருவுக $\int_0^{\infty} e^{-ay} y^{n-1} dx = \frac{\Gamma(n)}{a^n}, a > 0.$

Or

(b) Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan x} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{3}{4}}.$

என நிருவுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan x} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{3}{4}}.$

15. (a) Find the Fourier series for the function

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq \pi \\ 2 & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq \pi \\ 2 & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$ என்ற சார்புக்கு ஃபூரியர் தொடரைக் காண்க.

Or

(b) Find the half range sine series for the function $f(x) = e^x$ in $(0, \pi)$.

$f(x) = e^x, (0, \pi)$ என்ற இடைவேலியில் அரைவீச்சு சையின் தொடரை காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Show that the equations of the evolute of the parabola $x^2 = 4ay$ is $4(y - 2a)^3 = 27ax^2.$

$x^2 = 4ay$ என்ற பரவளையத்தின் நியமபாதை $4(y - 2a)^3 = 27ax^2$ எனக்காட்டு.

17. Find the asymptotes of the curve

$$y^3 - 2y^2x - yx^2 + 2x^3 + x^2 - 6xy + 5y^2 - 2y + 2x + 1.$$

$$y^3 - 2y^2x - yx^2 + 2x^3 + x^2 - 6xy + 5y^2 - 2y + 2x + 1$$

என்பதன் தொலைத் தொடு கோடுகளைக் காண்க.

18. Evaluate $\int \sin^3 x \cos^5 x dx.$

கண்டுபிடி $\int \sin^3 x \cos^5 x dx.$

19. Prove that $\int_0^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\pi}.$

நிரூபி $\int_0^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\pi}.$

20. Find the Fourier series for $f(x) = x^2$ in $-\pi \leq x \leq \pi$.

$f(x) = x^2$, $-\pi \leq x \leq \pi$ என்ற சார்புக்கு ஃபூரியர் தொடரைக் காண்க.
