

(7 pages)

S.No. 2178

12UMA01

(For the candidates admitted from 2012-2013 onwards)

B.Sc. (Maths) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2017.

First Semester

ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Find the eigen value of $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ -ன் ஐகன் மதிப்புக் காண்க.

2. State Cayley's-Hamilton theorem.
கெய்லி-ஹேமில்டன் தேற்றத்தைக் கூறுக.

3. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 - 6x^2 + 11x - 21 = 0$. Find the value of $\Sigma \alpha^2 \beta$.

$x^3 - 6x^2 + 11x - 21 = 0$ -ன் மூலங்கள் α, β, γ எனில், $\Sigma \alpha^2 \beta$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

4. Solve : $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ given that sum of two roots is zero.

இரண்டு மூலங்களின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியம் எனில், $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ சமன்பாட்டிற்கு தீர்வு காண்க.

5. Define reciprocal equation.

தலைகீழ்ச் சமன்பாட்டை வரையறு.

6. Change the equation $3x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2x + 1 = 0$ into another whose coefficient of the highest term be unity.

$3x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2x + 1 = 0$ -ன் மாற்றுச் சமன்பாட்டை அதன் மேல் அடுக்கு குணகத்தை மாற்றாமல் தருவி.

7. Increase the roots of the equation $x^4 + 16x^3 + 83x^2 + 152x + 84 = 0$ by 4.

$x^4 + 16x^3 + 83x^2 + 152x + 84 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை -4 என்ற மூலங்களின் அதிகரித்து அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

8. Define Descarte's rule of sign.

தேஸ்கார்டின் குறியீட்டு விதியைக் கூறு.

9. Write the expansion of $\sin n\theta$.

$\sin n\theta$ -ன் விரிவை எழுதுக.

10. Prove that $\cosh^2 x + \sin^2 hx = \cosh 2x$.

நிறுவுக : $\cosh^2 x + \sin^2 hx = \cosh 2x$.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Verify Cayley-Hamilton's theorem for

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{என்ற அணியின், கெய்லி-}$$

ஹேமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

Or

3

S.No. 2178

(b) Diagonalise the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{என்ற அணியின் மூலை விட்ட}$$

அணியைக் காண்க.

12. (a) Solve the equation $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 10x + 2 = 0$ given that $2 + \sqrt{3}$ is a root of it.

$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 10x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $2 + \sqrt{3}$ எனில் அவற்றை தீர்க்க.

Or

(b) If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of $x^4 + px^3 + qx + r + 1 = 0$ find the value of $\Sigma \frac{1}{\alpha}$.

$x^4 + px^3 + qx + r + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ எனில், $\Sigma \frac{1}{\alpha}$ -ன் மதிப்பு காண்க.

13. (a) Solve : $6x^4 - 25x^3 + 37x^2 - 25x + 6 = 0$.

$6x^4 - 25x^3 + 37x^2 - 25x + 6 = 0$ தீர்க்க.

Or

4

S.No. 2178

[P.T.O.]

(b) Solve : $6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$.

$6x^5 + 11x^4 - 33x^3 - 33x^2 + 11x + 6 = 0$ தீர்க்க.

14. (a) Diminish the roots of the equation $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24 = 0$ by 1 and hence solve the equation.

$x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 1 ஆல் சுருக்கி, அதன் தீர்வை காண்க.

Or

- (b) Solve the equation $x^3 - 79x + 210 = 0$ given that the two of the roots are connected by the relation $\alpha = 2\beta + 1$.

$x^3 - 79x + 210 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை, இரு மூலங்களின் தொடர்பு $\alpha = 2\beta + 1$ இருப்பதால், அதன் தீர்வை காண்க.

15. (a) If $x + iy = \cos(A + iB)$, prove that $(1 + x)^2 + y^2 = (\cosh B + \cos A)^2$.

$x + iy = \cos(A + iB)$ எனில், $(1 + x)^2 + y^2 = (\cosh B + \cos A)^2$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Show that

$$\cosh^5 \theta = \frac{1}{16} [\cosh 5\theta + 5 \cosh 3\theta + 10 \cosh \theta].$$

$$\cosh^5 \theta = \frac{1}{16} [\cosh 5\theta + 5 \cosh 3\theta + 10 \cosh \theta]$$

என காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the eigen values and eigen vectors for

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்பு

மற்றும் ஐகன் வெக்டர் காண்க.

17. Find the value of k so that the roots of the equation $2x^3 + 6x^2 + 5x + k = 0$ are in A.P.

$2x^3 + 6x^2 + 5x + k = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் யில் உள்ளது என்றால், k -ன் மதிப்பு காண்க.

18. Find the positive root of $x^3 - 5x + 3 = 0$ by using Newton's method.

$x^3 - 5x + 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை நியூட்டன் முறையில் காண்க.

19. Solve the equation $x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ by removing the second term.

$x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் இரண்டாவது உறுப்பை நீக்கி, தீர்க்க.

20. If $\sin(\theta + i\phi) = \tan(x + iy)$, show that $\frac{\tan \theta}{\tanh \phi} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$.

$\sin(\theta + i\phi) = \tan(x + iy)$ எனில், $\frac{\tan \theta}{\tanh \phi} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$ என காண்க.
